

УДК 621.3

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.3.1/51>**Тараненко С.В.**

Національний транспортний університет

Кириченко О.С.

Національний транспортний університет

Чередник В.М.

Національний транспортний університет

Колесник В.В.

Національний транспортний університет

Пріступа С.В.

Національний транспортний університет

Мельник В.Ю.

Національний транспортний університет

ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛІ ГЕНЕРАТОРА ВІБРАЦІЙ З ОДНИМ СТУПЕНЕМ ВІЛЬНОСТІ

У роботі розглядається імітаційна модель генератора вібрацій електродинамічного типу з одним ступенем вільності та метод її ідентифікації. Відомо, що основними параметрами вібрацій є: амплітуда A (м); частота коливань f (Гц); швидкість V (м/с); прискорення коливального руху W (м/с²); період коливань T (с). Для отримання експериментальних даних, які використовуються у процесі ідентифікації моделі, була проведена серія вимірювань на фізичній моделі генератора за різних вхідних напруг. Оцінювалася координата e_x – величина переміщення якоря генератора. Цей набір даних був задіяний для всього алгоритму ідентифікації моделі генератора вібрацій. Вхідним сигналом для розробленої імітаційної моделі системи є напруга, а вихідними – величини переміщень якоря генератора x_p (при різних вхідних напругах). В процесі ідентифікації моделі проводилось порівняння експериментальних x_e та розрахункових x_p значень.

У роботі описується розроблений генератор вібрацій, його імітаційна модель та метод її ідентифікації. При розробці генератора за основу було використано акустичний динамік ЗГДШ-4-4 електродинамічного типу. Установка включає в себе електродинамічний механізм та координатний пристрій для вимірювання лінійних переміщень x_e з точністю 0,1 мм.

Модель генератора була реалізована з використанням програмного інструментарію для технічного моделювання. Наведено результати вимірювань на установці та розрахункові значення при моделюванні за різних значень вхідної напруги. Проведено порівняльний аналіз отриманих значень x_e і x_p , внаслідок чого методом найменшого середнього квадрата нев'язки було визначено оптимальне значення коефіцієнта жорсткості підвісу (пружини) в імітаційній моделі. Розглянуто приклад використання створеної імітаційної моделі для отримання характеристик при різних значеннях вхідної змінної напруги.

Ключові слова: ідентифікація моделі, генератор вібрацій, моделювання, координатний пристрій, фізична модель, імітаційна модель.

Постановка проблеми. Математичне моделювання генераторів вібрацій є важливим інструментом для аналізу й прогнозування їхньої поведінки в різних режимах роботи. Одним із поширених підходів є використання спрощених аналітичних моделей з одним ступенем вільності, які дозволяють зменшити складність розрахунків і зосередитися на основних динамічних

характеристиках системи. Проте залишається проблема забезпечення адекватності такої моделі фізичному об'єкту, тобто її здатності точно відтворювати реальні коливальні процеси генератора вібрацій. Тому виникає необхідність у ідентифікації моделі, тобто встановленні параметрів моделі на основі експериментальних даних. Таким чином, постає задача побудови

ідентифікованої моделі генератора вібрацій з одним ступенем вільності, яка б забезпечувала достатню точність для моделювання переміщення рухомої частини генератора за заданих параметрів вхідного сигналу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Методи ідентифікації систем розглядаються в досить великому переліку публікацій [1–4], а також у роботах [7, 8]. Увага у даних джерелах приділена загальним математичним методам ідентифікації динамічних систем, лінійним, нелінійним, неперервним, дискретним, у часовому просторі, на комплексній площині, у детермінованому і в стохастичному варіантах, з урахуванням зосереджених або розподілених параметрів. Крім того, розглядаються особливості методів стосовно визначених технічних систем та технологічних процесів [4]. У [3] визначається критерій якості ідентифікації, що характеризує адекватність моделі реальному об'єкту, за допомогою середніх втрат. Найменшим середнім втратам відповідає вища якість ідентифікації і навпаки, більшим втратам – гірша якість ідентифікації. Мінімізація функціонала ідентифікації буде відповідати максимізації якості ідентифікації та може досягатися шляхом належного вибору моделі та оцінки значень її параметрів. Процедура вибору та оцінки значень реалізується алгоритмом ідентифікації. При цьому зазначається, що найпоширенішим критерієм якості ідентифікації є квадратичний функціонал у вигляді інтегрального значення квадрата нев'язки на проміжках спостережень.

У [9] зазначено, що основною метою калібрування датчика є визначення його чутливості у робочому діапазоні частот і амплітуд для відповідного ступеня вільності. До важливих факторів належать демпфування, фазовий зсув, нелінійність або варіація вихідного сигналу за зміни амплітуди вхідного сигналу, а також чутливість до температури, тиску та інших зовнішніх умов. До основних характеристик датчика належать амплітудно-частотна (АЧХ) та фазо-частотна (ФЧХ) характеристики. Визначення чутливості датчика здійснюється шляхом вимірювання параметрів збудженого руху або прикладеного вхідного сигналу, сформованого вібраційним генератором, а також відповідного вихідного сигналу самого датчика. Для забезпечення достовірності вимірювань датчик розміщується таким чином, щоб його вісь чутливості була співнаправленою з вектором збудженого переміщення. Застосування контрольованого збурення з регульованими

параметрами, амплітуда та частота якого відповідають робочому діапазону датчика, дозволяє проводити калібрування як безперервнодіючих сенсорів, так і датчиків пікових значень. У зв'язку з цим вібраційний генератор є необхідним елементом калібрувальної системи. Під вібраційним генератором розуміють пристрій, здатний створювати та передавати контрольований рух посадкової площини датчика для реалізації метрологічної перевірки.

Проведений аналіз останніх публікацій дозволив обрати алгоритм проведення ідентифікації моделі генератора вібрацій з одним ступенем вільності.

Постановка завдання. Метою статті є представлення результатів дослідження щодо ідентифікації моделі генератора вібрацій електродинамічного типу за методом найменшого середнього значення квадрата нев'язки.

Виклад основного матеріалу. У даній роботі використовується метод ідентифікації динамічної системи, при якому ця процедура здійснюється шляхом наближення відгуку моделі системи до експериментальних даних. Алгоритм системної ідентифікації [7] показано на рис. 1.

Електродинамічний динамік, опис якого наведено в [5], дає можливість розрахувати залежність механічних характеристик (зсув, швидкість та прискорення) руху мембрани від форми та параметрів прикладеної напруги. На основі такого пристрою був розроблений генератор вібрацій (рис. 2), що складається з кільцевого постійного магніту 3, при цьому магнітний ланцюг утворюється через верхній і нижній фланці 2 та керн 4.

У повітряному зазорі магнітного ланцюга знаходиться гільза 6 з намотаною на неї котушкою індуктивності. Котушка 5 при підключенні живлення через контакти 10 стає чутливою до впливу електромагнітної сили згідно з законом Ампера. В результаті дії цієї сили гільза 6 і котушка 5 набуває прискорення (позначено стрілкою на рис. 2, б) в залежності від напрямку електричного струму в котушці 5. При цьому електромагнітна сила демпфується пружиною 7 з коефіцієнтом жорсткості k . Верхня частина пружини 7 жорстко закріплена до кришки корпусу 1, нижня частина – до гільзи 6. Крім того, гільза 6 жорстко з'єднана зі штангою 8, яка проходить крізь пружину 7 і через отвір у кришці корпусу 1. До штанги 8 прикріплена посадкова поверхня датчика 9. Сукупність елементів, що утворюють рухливу частину генератора, а саме



Рис. 1. Алгоритм ідентифікації системи

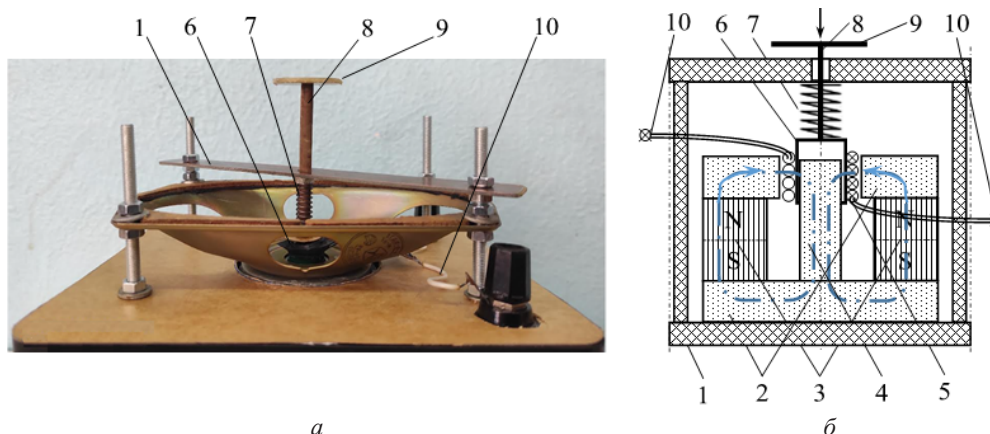


Рис. 2. Генератор вібрацій: а – загальний вид; б – схематичне креслення

гільза, котушка індуктивності, штанга і посадкова поверхня датчика, будемо називати якорем з масою m .

У положенні рівноваги, при відсутності струму в котушці, вага якоря генератора врівноважується пружною силою пружини. Якщо координату x , що визначає положення якоря у будь-який момент руху, відраховувати від положення рівноваги, то рівняння його руху матиме вигляд:

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + k \cdot x = F_{\text{ем}}, \quad (1)$$

де $F_{\text{ем}}$ – сила електромагнітної взаємодії.

Враховуючи те, що еквівалентна схема з'єднання котушки індуктивності складається з послідовно з'єднаних індуктивності L , опору R та джерела е. р. с. e рівняння для струму в цьому ланцюгу наступне:

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = e + e_{\text{інд}}, \quad (2)$$

де $e_{\text{інд}}$ – е. р. с. індукції, що виникає в ланцюзі під час руху якоря.

Сила електромагнітної взаємодії $F_{\text{ем}}$ розраховується за формулою:

$$F_{\text{ем}} = i \cdot l \cdot B = N \cdot 2\pi r \cdot B \cdot i, \quad (3)$$

де l – загальна довжина провідника зі струмом, що знаходиться в полі постійного магніту; r – радіус котушки; N – число витків в котушці; B – магнітна індукція постійного магніту.

Величину е. р. с. індукції $e_{\text{інд}}$ розраховується за виразом:

$$e_{\text{інд}} = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (4)$$

де $d\Psi$ – приріст поточозчеплення, як сумарного магнітного потоку через поверхню, утворену витками котушки індуктивності при її

переміщенні на відстань dx протягом проміжку часу dt . Згідно визначення, потокозчеплення розраховується:

$$d\Psi = N \cdot d\Phi, \quad (5)$$

$$d\Phi = B \cdot dS = B \cdot 2\pi r \cdot dx, \quad (6)$$

де $d\Phi$ – магнітний потік через поверхню, що утворюється одним витком котушки при її поздовжньому русі.

Крім того, при розрахунку потокозчеплення і, отже, сили електромагнітної взаємодії необхідно враховувати наступне. Котушка індуктивності за відповідного переміщення може виходити з магнітного ланцюга (переміщення вгору на рис. 2, б), тим самим зменшується кількість витків що знаходяться в полі постійного магніту. У спрощеному вигляді врахувати цей факт можна в такий спосіб. Нехай початкове становище котушки таке, що її верхній край збігається з верхньою поверхнею верхнього фланця 2 на рис. 2, б. Тоді при подачі постійної напруги відповідної полярності, котушка під впливом сили електромагнітної взаємодії F_{em} переміститься вгору в точку з координатою x , при цьому кількість витків у полі постійного магніту буде рівною:

$$N = N_k - \frac{N_k}{h_k} \cdot x = N_k \cdot \left(\frac{h_k - x}{h_k} \right), \quad (7)$$

де h_k – висота намотування котушки.

З урахуванням виразів (5) – (7) формулу (4) можна переписати у вигляді:

$$e_{ind} = -N \cdot B \cdot 2\pi r \cdot \frac{dx}{dt} = -N_k \cdot \left(\frac{h_k - x}{h_k} \right) \cdot B \cdot 2\pi r \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (8)$$

У рівняннях (3) та (8) присутній однаковий множник, який позначимо як коефіцієнт електро-механічної зв'язку:

$$\chi = N \cdot B \cdot 2\pi r = N_k \cdot \left(\frac{h_k - x}{h_k} \right) \cdot B \cdot 2\pi r. \quad (9)$$

З урахуванням вище зазначеного, рівняння (1) та (2) можна переписати у вигляді системи двох рівнянь:

$$\begin{cases} m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x - \chi \cdot i = 0 \\ L \frac{di}{dt} + \chi \cdot \frac{dx}{dt} + R \cdot i = e \end{cases} \quad (10)$$

Для практичного аналізу за допомогою засобів імітаційного моделювання систему (10) зручно перетворити [6]:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \cdot \left[e - \chi \cdot \frac{dx}{dt} - R \cdot i \right] \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \left[-k \cdot x + \chi \cdot i \right] \\ \frac{dx}{dt} = v \end{cases} \quad (11)$$

На основі системи рівнянь (11) була розроблена модель генератора вібрацій (рис. 3).

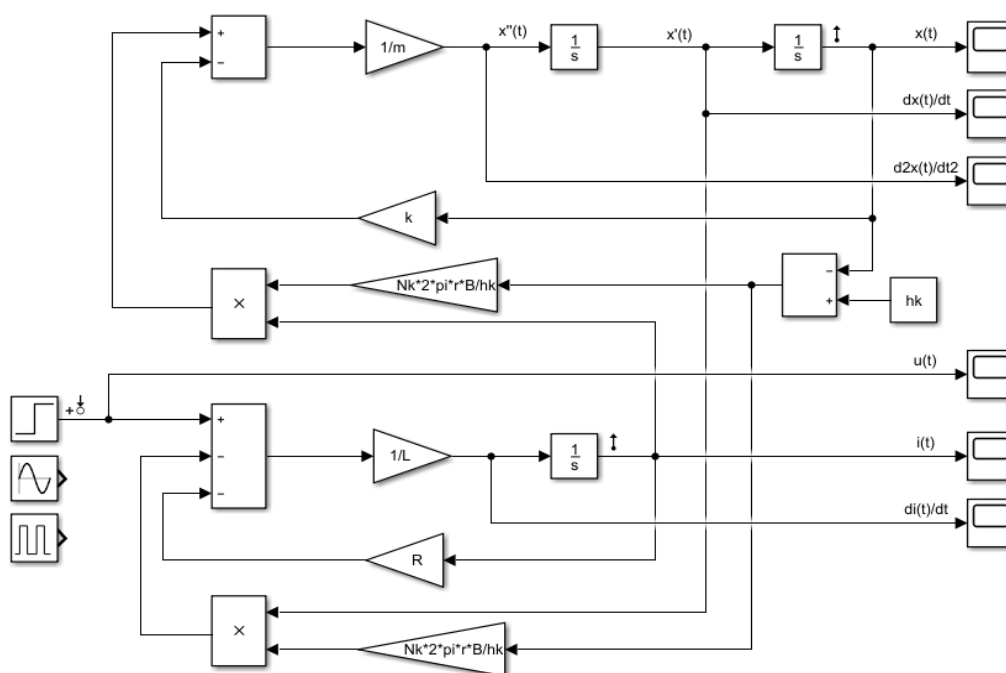


Рис. 3. Імітаційна модель генератора вібрацій

Параметри імітаційної моделі та їх значення наведені у табл. 1. Індуктивність котушки L виміряна за допомогою мультиметра APPA 701. Маса якоря оцінена експериментально.

Для отримання набору даних, при яких здійснювався процес ідентифікації моделі, була проведена серія вимірювань на фізичній моделі генератора (рис. 2) за різних входних напруг. Вимірюванням піддавалася координата x – величина переміщення посадкової поверхні 9, як показано стрілкою на рис. 2, б. Ці вимірювання є набором даних для всього алгоритму ідентифікації моделі генератора вібрацій та його системної моделі, коли входними даними для моделі системи є входна напруга, а вихідними даними є величини переміщення якоря генератора x_p , які в кінцевому підсумку порівнюються з вимірними значеннями x_e .

У табл. 2 наведено виміряна координата x_e залежно від прикладеної напруги $u(t_0)$.

Для побудови набору вихідних характеристик моделі генератора вібрацій була проведена серія розрахунків за різних входних напруг:

$$u(t) = u(t_0) \cdot \sigma(t - t_0),$$

де $\sigma(t - t_0)$ – одинична функція Хевісайда; $u(t_0)$ – значення напруги в момент часу t_0 . Для розрахунків прийнято t_0 .

Таким чином, коефіцієнт жорсткості пружини k визначався в процесі ідентифікації моделі генератора вібрацій за критерієм середнього значення квадрата нев'язки. При вибраному

коефіцієнті жорсткості пружини k в результаті були отримані розрахункові значення координати x_p (табл. 2) при тих же значеннях входної напруги $u(t_0)$.

На рис. 4, а у графічному вигляді наведено сімейство розрахункових вихідних характеристик моделі генератора вібрацій при різних значеннях входної напруги, а на рис. 4, б графіки залежності x_e та x_p від входного напруги $u(t_0)$.

Середнє значення квадрата нев'язки при вибраних значеннях параметрів моделі визначалося за формулою:

$$\Delta x_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ei} - x_{pi})^2}{n}, \quad (12)$$

де $n = 10$ – число елементів набору даних. Після підстановки значень з табл. 2 у формулу (12) отримуємо $\Delta x_{cp} = 0,03$.

З використанням моделі (рис. 3) були також отримані перехідна, амплітудно-частотна та фазо-частотна характеристики наведені на рис. 5.

Аналіз перехідної характеристики (рис. 5, а) показує, що перегулювання складає:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{x_{max} - x_{\infty}}{x_{\infty}} \cdot 100\% = \\ &= \frac{6,13 \cdot 10^{-4} - 4,76 \cdot 10^{-4}}{4,76 \cdot 10^{-4}} \cdot 100\% = 28.7\% \end{aligned}$$

де x_{max} – амплітудне значення величини переміщення якоря; x_{∞} – значення величини переміщення якоря в режимі, що встановився.

Таблиця 1

Параметри моделі та їх значення

№	Параметр		Одиниця вимірювання	Значення
	Найменування	Позначення		
1	Маса якоря	m	кг	0,010
2	Коефіцієнт жорсткості пружини	k	Н/м	1400
3	Індуктивність котушки	L	Гн	0,0036
4	Висота намотування котушки	h_k	м	0,019
5	Число витків котушки	N_k	од.	50
6	Радіус котушки	r	м	0,0081
7	Індукція магнітного поля в повітряному зазорі	B	Тл	1,05
8	Резистивний опір котушки	R	Ом	4,0

Таблиця 2

Набір даних для ідентифікації системи

$u(t_0), \text{В}$	0,49	1,01	1,49	2,01	2,49	3,02	3,50	3,99	4,52	5,01
$x_e, \text{мм}$	0,20	0,50	0,70	1,00	1,20	1,40	1,60	1,70	1,80	1,90
$x_p, \text{мм}$	0,23	0,47	0,69	0,91	1,10	1,30	1,50	1,70	1,90	2,10
$x_e - x_p$	-0,03	0,03	0,01	0,09	0,10	0,10	0,10	0,0	-0,10	-0,10

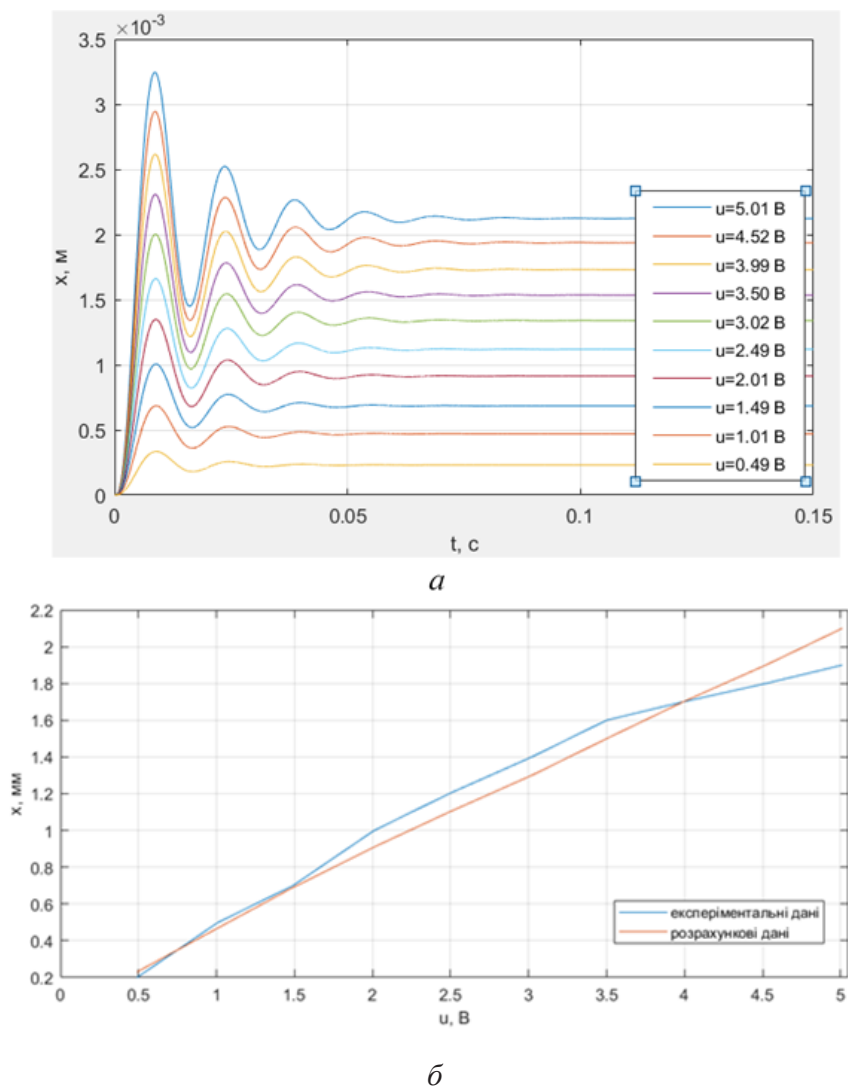


Рис. 4. Графічне представлення результатів моделювання та вимірювань:
 а – сімейство розрахункових вихідних характеристик моделі;
 б – графіки розрахункових x_p і виміряних значень x_e

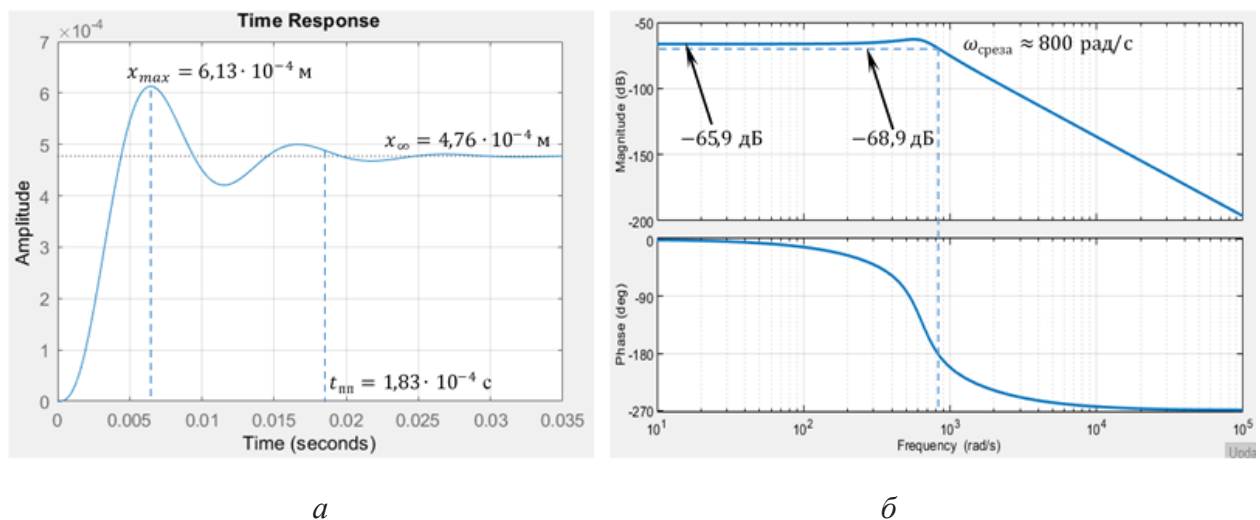


Рис. 5. Характеристики моделі генератора вібрацій:
 а – перехідна; б – логарифмічні амплітудно-частотна та фазо-частотна

Як відомо, тривалість перехідного процесу у системі характеризує її швидкодію, а його характер визначає якість системи [10]. За кількісну характеристику тривалості перехідного процесу приймають час, за який вихідний сигнал наближається до свого сталого значення, тобто, час, після закінчення якого виконується нерівність:

$$|x - x_{\infty}| \ll \varepsilon,$$

де ε – наперед задане позитивне число. Для $\varepsilon = 0,03 \cdot x_{\infty}$ – тривалість перехідного процесу $t_{\text{пр}} = 1,83 \cdot 10^{-4} = 18,3 \text{ мс}$.

За допомогою амплітудно-частотної характеристики визначається смуга пропускання на рівні -65,9 дБ з частотою зрізу на рівні -68,9 дБ – її значення складає $\omega = 800 \text{ рад/с}$ або

$$f_{\text{зр}} = \frac{800}{2 \cdot \pi} = 127 \text{ Гц}$$

Для оцінки отриманих результатів моделювання подача сигналу з частотою, що лінійно змінюється в часі:

$$f(t) = 400 \cdot t, 0 \leq t \leq 0,5 \text{ с.}$$

На рис. 6 представлені графіки переміщення якоря генератора вібрацій x і напруги u з частотою $f(t)$, що лінійно змінюється. Для

приведення до одного масштабу значення напруги показано з коефіцієнтом 0,001.

На графіку частота зрізу $f_{\text{зр}} = 127 \text{ Гц}$ відповідає:

$$t = \frac{127}{400} = 0,32 \text{ с.}$$

Аналіз результату розглянутого прикладу підтверджує, що при часі $t > 0,32 \text{ с}$ ($f > 127 \text{ Гц}$) значення $x \rightarrow 0$, тому доцільно використовувати розроблений генератор вібрацій на частотах вхідної напруги до 130 Гц.

Висновки. У статті представлено розроблений на основі акустичного динаміка ЗГДШ-4-4 генератор вібрацій електродинамічного типу, його імітаційна модель та результати її ідентифікації за методом найменшого середнього квадрата нев'язки. Наведено математичні залежності, що дозволяють оцінювати механічні параметри руху якоря генератора, зокрема величину переміщення залежно від прикладеної напруги. Промодельовано поведінку системи за різних форм і рівнів вхідних сигналів. Подальші дослідження будуть спрямовані на отримання передавальної функції генератора вібрацій та оцінку вихідних характеристик п'єзоелектричного датчика вібрацій.

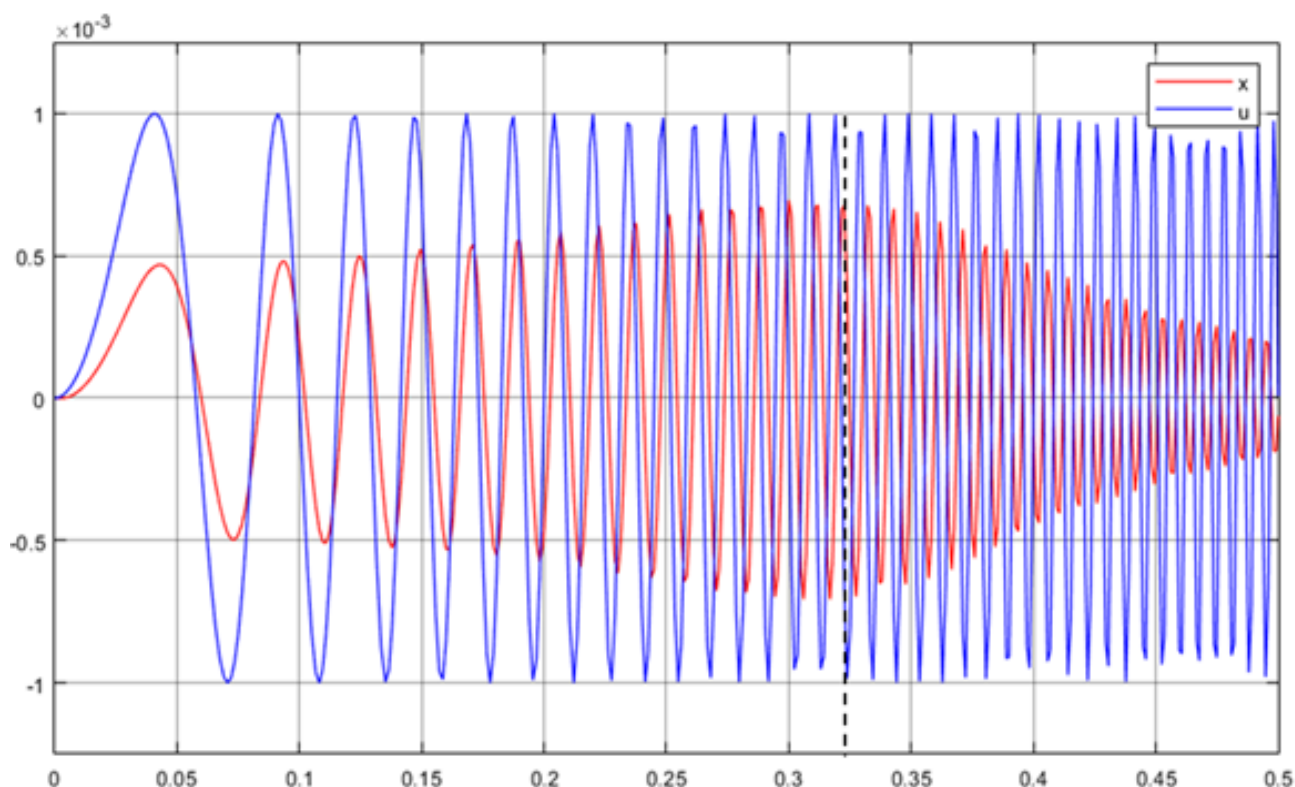


Рис. 6. Графіки переміщення якоря генератора вібрацій x і напруги u з частотою, що лінійно змінюється

Список літератури:

1. Мокін Б.І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем: навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2010. 260 с. URL: http://www.mokin.com.ua/files/articles/59/34/Mokin_MMIDS_2010.pdf (дата звернення: 15.05.2025).
2. Левчук І.І. Л., Манко Г.І., Трішкін Ст.Я., Корсун В.І. Теорія та практика ідентифікації об'єктів управління: монографія. Дніпро: ДВНЗ УДХТУ, 2019. 203 с. URL: <https://citm.ho.ua/Txt/Mono.pdf> (дата звернення: 15.05.2025).
3. Коваль О.В. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів: навч. посібник/О.В. Коваль. Житомир: ЖДТУ, 2018. 133 с. URL: <https://surl.lu/glisdz> (дата звернення: 15.05.2025).
4. Павленко І.В., Симоновський В.І. Методи ідентифікації параметрів математичних моделей коливальних процесів: монографія. Суми: Сумський державний університет, 2020. 145 с. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/324228074.pdf> (дата звернення: 15.05.2025).
5. Lissek, H., Boulandet, R., & Fleury, R. Electroacoustic absorbers I: Bridging a gap between active acoustic feedback control and shunt loudspeakers. Lausanne, Switzerland, 2011. URL: <https://surl.li/rmggdc> (дата звернення: 15.05.2025).
6. Furlani E.P. Permanent Magnet and Electromechanical Devices: Materials, Analysis, and Applications. San Diego: A Harcourt Science and Technology Company, 525 B Street, Suite 1900, 92101-4495, USA, 518 p. URL: <https://surl.li/dhhlzq> (дата звернення: 15.05.2025).
7. Levy D.A., Shapiro A. System Identification and Mathematical Modeling of A Piezoelectric Actuator through A Practical Three-Stage Mechanism. Beer-Sheva: Israel. URL: <https://www.mdpi.com/2072-666X/14/1/88> (дата звернення: 15.05.2025).
8. Song J., He C., Wang R., Xue C., Zhang W. A Mathematical Model of a Piezo-Resistive Eight-Beam Three-Axis Accelerometer with Simulation and Experimental Validation. Taiyuan: China. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/18/11/3641> (дата звернення: 15.05.2025).
9. ДСТУ ГОСТ ІСО 5347-0-95 Вібрація. калібрування датчиків вібрацій та удару Частина 0. Загальні становища. порада по стандартизації, метрології та сертифікації. URL: https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=92839 (дата звернення: 15.05.2025).
10. Тараненко С.В., Пріступа С.В., Колесник В.В., Пастух О.В., Голубева С.В. Удосконалення системи управління гребними електрорушійними при плаванні в умовах хитавиці. Вісник СНУ ім. В. Даля. Випуск 8 (264). 2020. С. 51–55. DOI: <https://doi.org/10.33216/1998-7927-2020-264-8-51-55>

Taranenko S.V., Kyrychenko O.S., Cherednyk V.M., Kolesnyk V.V., Pristupa S.V., Melnik V.Yu.

IDENTIFICATION OF A SINGLE-DEGREE-OF-FREEDOM VIBRATION GENERATOR MODEL

This paper examines a simulation model of an electrodynamic-type vibration generator with a single degree of freedom and a method for its identification. It is known that the main parameters of vibration include amplitude A (m), oscillation frequency f (Hz), velocity V (m/s), acceleration W (m/s²), and oscillation period T (s). To obtain experimental data for model identification, a series of measurements was conducted on a physical prototype of the generator under various input voltages. The coordinate x_e , representing the displacement of the generator's armature, was evaluated. This dataset was used throughout the generator model identification algorithm. The input signal for the developed simulation model is the voltage, and the output signals are the displacement values of the generator's armature x_r (at different input voltages). During the identification process, the experimental values x_e were compared with the simulated values x_r .

The paper describes the developed vibration generator, its simulation model, and the identification method. The basis for the generator's design was the acoustic speaker 3ГДШ-4-4 of the electrodynamic type. The experimental setup includes an electrodynamic mechanism and a coordinate device for measuring linear displacements x_e with an accuracy of 0.1 mm.

The generator model was implemented using technical modeling software. The paper presents the results of measurements from the experimental setup and the simulated values under different input voltages. A comparative analysis of the obtained x_e and x_r values was performed, resulting in the determination of the optimal stiffness coefficient (spring constant) in the simulation model using the least mean square error method. Example is provided to illustrate the application of the developed simulation model for deriving system characteristics under various input voltage conditions.

Key words: model identification, vibration generator, electrodynamic mechanism, coordinate measuring device, physical model, simulation model.